SCIENCE ACADAMY CHAVAKACHCHERI | NEW SCIENCE HALL JAFFNA | BEACON STUDY CENTRE KARAVEDDY

வெற்றி நிச்சயம் : 05

வெக்டர் பொ.வேலாயுதம், ஆ.மகாதேவன் ஆகியோரின் ஞாபகார்த்த
தொடர் போட்டிப் பரீட்சை, 2004 ஓகஸ்ட்

இணைந்த கணிதம் - I

ஒரு மணித்தியாலம்

இரண்டு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க

க. நல்லையா
and
க. அருளானந்தம்
(B.Sc, Dip. in. Ed)

[1] (a) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\log_b a + \log_c a = 2 \log_b a$. $\log_c a$ எனின் $a^2 = bc$ எனக் காட்டுக.

(b) $x^2 - kx + 2(1-k) = 0$ ன் மூலங்கள் α, β ஆகும்.
$2\alpha + 3\beta = 5$ எனின் k ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(c) $x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x + 2$ ன் காரணி $x^3 + 1$ எனின் மாறிலி a, b, c ன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(d) $k(x+2)^2 - (x-1)(x-2)$ எனும் கோவையானது $(k \neq -1)$ x ன் ஒரு பெறுமானத்துக்கு மட்டும் பூச்சியம் ஆயின் k ன் பெறுமானம் யாது?
$k = \frac{1}{2}$ ஆக வரையை வரைக.

[2] (a) $\lim_{x \to -\pi/6} \left[\frac{\sqrt{3}\,\text{Sin}x + \text{Cos}x}{x + \pi/6} \right]$ ன் பெறுமானம் காண்க.

(b) $y = \tan^{-1}\left[\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right]$ ஆகும். பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

$3\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\left[\frac{dy}{dx}\right]^2 = 0$ எனக் காட்டுக. $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=1}, \left(\frac{dy^2}{dx^2}\right)_{x=1}$ ஐக் காண்க.

(c) உணவு வகை ஒன்று இருமுனையும் வட்ட மூடிகளால் மூடப்பட்ட உருளை வடிவமான பாத்திரத்தில் அடைக்கப்படுகிறது. பாத்திரத்தின் கனவளவு $128\pi\ \text{Cm}^3$ ஆகும். பாத்திரத்தின் மேற்பரப்பு இழிவாகுமாறு பாத்திரத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

[3] (a) $\tan(\alpha + \beta)$ ற்கான கோவையைப் பெறுக.
இதிலிருந்து $\tan \pi/8 = \sqrt{2} - 1$ என உய்த்தறிக.

(b) யாதுமொரு Δ ABC ல் வழமையான குறியீடுகளின் படி

(i) $(\text{Sin}B - \text{Cos}B)^2 + (\text{Sin}C - \text{Cos}C)^2 - \text{Sin}A - \text{Cos}A)^2$
$= 1 - 4\,\text{Sin}A\,\text{Cos}B\,\text{Cos}C$ எனக் காட்டுக.

$\frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12} = \frac{a+b}{13}$ எனின்

(ii) $\frac{\text{Sin}A}{7} = \frac{\text{Sin}B}{6} = \frac{\text{Sin}C}{5}$ எனக் காட்டுக.

(iii) $\frac{\text{Cos}A}{7} = \frac{\text{Cos}B}{19} = \frac{\text{Cos}C}{25}$ எனக் காட்டுக.

SCIENCE ACADAMY CHAVAKACHCHERI | NEW SCIENCE HALL JAFFNA | BEACON STUDY CENTRE KARAVEDDY

வெற்றி நிச்சயம் : 05

வெக்டர் பொ.வேலாயுதம், ஆ.மகாதேவன் ஆகியோரின் ஞாபகார்த்த தொடர் போட்டிப் பரீட்சை, 2004 ஓகஸ்ட்

இணைந்த கணிதம் - II

ஒரு மணித்தியாலம்

இரண்டு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை தருக.

By: ப.செந்தில்நாதன் (B.Sc)

Q1. (a) வாயுக்குண்டு ஒன்று $t = O$ எனும் நேரத்தில் நிலத்தில் இருந்து மென்மையாக விடப்படுகிறது. அது f எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எழுகின்றது. $t = T$ நேரத்தில் நிலத்தில் உள்ள அதேபுள்ளியில் இருந்து கல் ஒன்று வேகம் u உடன் நிலைக்குத்து திசையில் எறியப்படுகிறது இரண்டினதும் $v - t$ வரைபை ஒரே படத்தில் வரைந்து, கல் வாயுக்குண்டை மட்டுமட்டாகத்தொடின் $U = T\left[\sqrt{f^2 + fg} + f\right]$ என நிறுவுக.

(b) U என்னும் தொடக்க கதியுடன் எறியப்படும் துணிக்கை ஒன்று, அடையக்கூடிய அதியுயர் கிடைவீச்சு R ஆகும். இத்துணிக்கை அடைந்த கிடைவீச்சு $^{3R}/_{5}$ எனின் இயல்தகு இரு எறியல் கோணங்களையும் காண்க.

இக்கோணங்களுக்கு ஒத்த அதியுயர் உயரங்களின் வித்தியாசம் $^{2R}/_{5}$ எனக் காட்டுக.

Q2. (a) a நீளமுள்ள சதுரமுகி திண்மத்தின் விளிம்பொன்றின் நடுப்புள்ளியில் இணைந்த a நீள இழையால் சதுரமுகியின் விளிம்பொன்று சுவரில் பொருந்துமாறு சுவரில் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டபோது சமநிலையில் இழை சுவருடன் அமைக்கும் கோணம் $\tan^{-1}(^{1}/_{3})$ எனக் காட்டுக.

(b) சீரான ஒரு கோல் ஆனது ஓர் கரடான கோளம் ஒன்றினுள் முழுவதுமாக எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளத. கோலானது கோளமையத்தில் 2α கோளம் அமைக்கின்றது. கிடையுடன் கோலின் சாய்வு θ ஆனது

$\text{Tan}^{-1}\left[\dfrac{\text{Tan}(\alpha+\lambda) - \text{Tan}(\alpha-\lambda)}{2}\right]$ எனக் காட்டுக. இங்கு λ கோல் - கோள உராய்க் கோணம்.

Q3. (a) m, m^1திணிவும் சம ஆரையும் கொண்ட இரு ஒப்பமான கோளங்கள் நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதுகைக்கு சற்றுமுன் அவற்றின் தொடர்புவேகம் V ஆகவும் மீள்தன்மைக்குணகம் e ஆகவும் இருப்பின், மொத்தலினால் இழக்கப்பட்ட இயக்கசக்தி $\dfrac{m\,m^1(1-e^2)v^2}{2(m+m^1)}$ எனக் காட்டுக.

(b) படத்தில் காட்டியவாறு α சாய்வுடைய சாய்தளத்தில் ஒரு ஆப்பு வைக்கப்பட்டு இரு துணிக்கைகள் இழை ஒன்றினால் படத்தில் உள்ளவாறு இணைத்து ஆப்பில் வைக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்படின் ஆப்பு சாய்தள வழியே மேல்நோக்கி ஏற $\tan\alpha < {}^{1}/_{5}$ ஆதல் வேண்டுமெனக் காட்டுக.

