முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

உயர் கல்விக்கான ஒன்றியம்
Association of Advanced Education

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர) முன்னோடிப் பரீட்சை - 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Pilot Examination - 2020

இணைந்த கணிதம்
Combined Mathematics

மாதிரி பரீட்சை - 1
Model Examination -1

1 மணி 23 நிமிடம்
1 Hour 23 Minutes

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி , யாதாயினும் ஒரு நேர் நிறையென் n இற்கு

$$\sum_{r=1}^{n}\sin(r\theta)=\frac{\sin\left(\frac{n\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{(n+1)\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$ என நிறுவுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

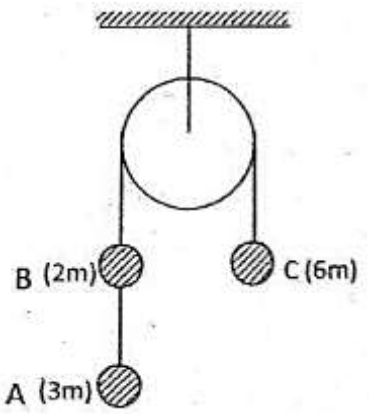
2. $x^2=36y, y-$அச்சு, $y=2, y=4$ ஆகியவற்றால் உள்ளடக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $8\left(4-\sqrt{2}\right)$ சதுர அலகு எனக் காட்டுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

www.lkedu.lk

3. $A + B = 225°$ எனின் $\frac{\cot A}{1+\cot A} \cdot \frac{\cot B}{1+\cot B} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

4. வரிப்படத்தில் காட்டியவாறு $3m, 2m, 6m$ திணிவுகள் நீளாத இலேசான இழைகளால் இணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் அவற்றுள் ஓர் இழை ஒப்பமான நிலைத்த கம்பியின் மேலால் செல்கிறது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டால் A, B இற்கிடையேயுள்ள இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{36}{11}mg$ எனக்காட்டுக.



www.ikedu.lk

5. வழமையான குறியீடுகளுடன் $l\boldsymbol{i} + m\boldsymbol{j}$, $4\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}$ என்பது முறையே நிலைத்த உற்பத்தி O சார்பாக P, Q, R ஆகிய மூன்று புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் ஆகும். இங்கு l, m என்பன நேர் மாறிலிகள். இங்கு OP, QR என்பன சமனும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை ஆகும். $l = 2, m = 3$ எனக்காட்டுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

6. கிழக்குத்திசையாக u வேகத்தில் ஓடிக்கொண்டிருக்கும் சைக்கிள் ஓட்டிக்கு காற்று வடக்கில் இருந்து வீசுவதாக தோன்றுகிறது. சைக்கிள் ஓட்டி அதே திசையில் λu ஆக வேகத்தை கூட்டின் காற்று வடகிழக்கில் இருந்து வீசுவதாக தோன்றுகிறது. காற்றின் உண்மையான வேகத்தின் பருமன் $u\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda + 2}$ எனக் காட்டுக. $(\lambda > 1)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

www.lkedu.lk

பகுதி-B

1. a) $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)^2}$, $x \neq 2$ என்க. $f'(x) = -\frac{x+4}{(x-2)^3}$ எனக் காட்டுக.

$f'(x)$ இனைப் பயன்படுத்தி $y = f(x)$ எனும் வளையியின் நிலையான புள்ளிகளையும் அணுகுகோடுகளையும் காண்க. மேலும் நிலையான புள்ளிகளின் தன்மைகளைத் துணிக.

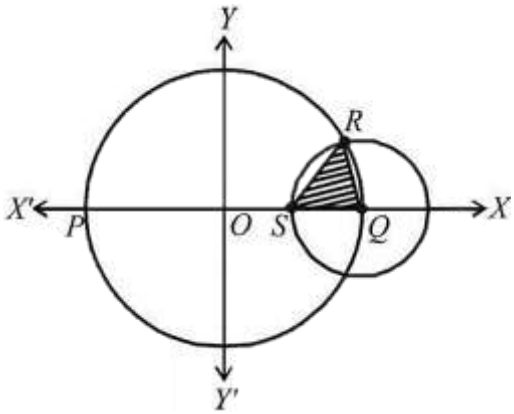
$f"(x)$ இனைக் காண்க. இதிலிருந்து இந்த வளையியிற்கு ஒரு விபத்திப்புள்ளி இருக்கின்றன என்பதைக் காட்டுக.

அந்தப் புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள குழிவுநிலை மாற்றங்களை ஆராய்க.

$y = f(x)$ எனும் வளையியை வரைக.

$y = f(x)$ இன் வரைபைப் பயன்படுத்திச் சமன்பாடு $(|x| + 2020)(x-2)^2 - 2020(x+1) = 0$ இன் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

b) உற்பத்தி O மையமாக உடைய வட்டம் $S_1 = x^2 + y^2 - 1 = 0$ ஆனது $x-$ அச்சை P, Q இல் இடைவெட்டுகின்றது. Q ஐ மையமாக உடைய மாறும் ஆரையுடைய வட்டம் $S_2 = (x-1)^2 + y^2 - r^2 = 0$ ஐ $x-$ அச்சுக்கு மேல் புள்ளி R இல் இடைவெட்டுகின்றது.



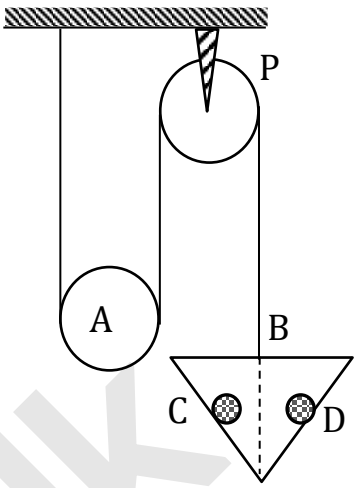
I. புள்ளி R இன் ஆள்கூறு $\left(1 - \frac{r^2}{2}, r\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}\right)$ எனக் காட்டுக.

II. முக்கோணம் QRS இன் பரப்பு $A(r) = \frac{r^2\sqrt{4-r^2}}{4}$ எனக் காட்டுக.

III. முக்கோணம் QRS இன் பரப்பு உயர்வடையுமாறு $r = \sqrt{\frac{8}{3}}$ எனக் காட்டுக.

www.lkedu.lk

2. a) உருவில் காட்டியவாறு கிடை சீலிங்கிற்கு பொருத்தப்பட்டுள்ள P என்னும் நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியின் மேலாக இலேசான நீளா இழையொன்று சென்று அதன் ஒரு முனையில் திணிவு M உம் அரையுச்சிக் கோணம் α உம் உடைய B என்னும் பொட் கூம்பொன்றின் அடியின் மையத்திற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறு முனை திணிவு M உடைய ஒப்பமான இயங்கும் கப்பி A இன் கீழாகச் சென்று சீலிங்கிற்கு கட்டப்பட்டுள்ளது. இழையின் கப்பிகளைத் தொடாத பாகம் அனைத்தும் நிலைக்குத்தாக இருப்பதோடு இழையானது ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளது. கூம்பின் உள் மேற்பரப்பிலே திணிவு m ஐ உடைய இரு துணிக்கைகள் C, D கூம்பின் அடியின் அண்மையில் வைக்கப்பட்டு தொகுதியானது ஓய்வில் இருந்து இயங்கவிடப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் கூம்பின் உச்சியை அடைய முன் கூம்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{2[M+4m\sin^2\alpha]g}{5M+8m\sin^2\alpha}$ எனக் காட்டுக.



b) ஒரு கரடான நேரான கம்பியில் ஒரு பாரமான சிறிய வளையம் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. இக்கம்பியின் ஒரு முனை O என்னும் புள்ளிக்கு சுயாதீனமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. O வினூடான மேல்முக நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கம்பி ஒருமைக் கூர்ங்கோணம் α ஐ ஆக்குமாறு கோலின் மறு முனை ω கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தில் சுழல்கின்றது. $\omega = \omega_1$ ஆகும் போது வளையம் மேல்நோக்கி வழுக்கும் தறுவாயிலும், $\omega = \omega_2$ ஆகும் போது வளையம் கீழ்நோக்கி வழுக்கும் தறுவாயில் இருந்தது. இவ்விரு சந்தர்ப்பங்களிலும் வளையத்திற்கும் O வினூடான நிலைக்குத்துக் கோட்டிற்கும் உள்ள தூரம் r ஆகும் . கம்பிக்கும் வளையத்திற்கும் இடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ, உராய்வுக் கோணம் λ ஆயின் $\frac{r\omega_1^2}{g} = \frac{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}$ என்றும் $\frac{r\omega_2^2}{g} = \frac{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}$ என்றும் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\sin 2\lambda = \left(\frac{\omega_1^2-\omega_2^2}{\omega_1^2+\omega_2^2}\right)\sin 2\alpha$ எனக் காட்டுக.

த.நாவேந்தன்
FACULTY OF ENGINEERING
UNIVERSITY OF PERADENIYA

www.ikeou.lk