வெற்றி நிச்சயம் - 05

வெக்டர் பொ.வேலாயுதம், ஆ.மகாதேவன்
ஆகியோரின் ஞாபகார்த்த தொடர் போட்டிப் பரீட்சை
2004 - டிசம்பர்

கல்விப் பொதுத்தராதரப் பத்திர (உயர்தர) முன்னோடிப் பரீட்சை 2004 - டிசம்பர்

இணைந்த கணிதம் I | 10 | T | I | மூன்று மணித்தியாலங்கள்

ஆறு வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக

By : S.S.Senthilrajh [B.Sc.]

01) (a) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ஆகவும் α, β என்பன $px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலகங்களாகவும் இருப்பின்

$f(\alpha), f(\beta) = \dfrac{(cp - ar)^2 - (cq - br)(bp - aq)}{p^2}$

எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக $ax^2 + bx + c = 0$, $px^2 + qx + r = 0$ என்பன பொது மூலம் ஒன்றினைக் கொண்டிருப்பின் $(bp - aq)$, $(cp - ar)$, $(cq - br)$ என்பன பெருக்கல் விருத்தியில் அமையுமெனக் காட்டுக.

(b) $\dfrac{1}{(x-1)(x-2)^3} \equiv \dfrac{R}{(x-1)} + \dfrac{f(x)}{(x-2)^3}$ ஆகுமாறு மாறிலி R ஐயும் x இலுள்ள பல்லுறுப்பி $f(x)$ ஐயும் காண்க.

$f(x)$ ஐ $(x-2)$ இல் பல்லுறுப்பியாக எடுத்துரைக்க.

$\dfrac{1}{(x-1)(x-2)^3}$ ஐ பகுதிப்பின்னங்களில் தருக.

02) (a) வெவ்வேறு உயரமுடைய ஏழு மனிதர்கள் விமான நிலையமொன்றில் பயணச் சீட்டை உறுதிப்படுத்துவதற்காக நிரையில் நிற்க வேண்டியுள்ளது. அவர்களுள் மிகவும் உயரமானவரிற்கு முன்னால் எவ்விடத்திலும் மிகவும் குள்ளமானவர் நிற்கலாகாது எனின் அவர்கள் தம்மை ஒழுங்குபடுத்தக் கூடிய வழிகளின் தொகை $^{7!}/_{2}$ எனக்காட்டுக.

(b) $(1 + x^2)^2 . (1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$
ஆகவும் a_0, a_1, a_2 என்பன கூட்டல் விருத்தியிலும் இருப்பின் n இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

03) (a) $8.7^n + 4^{n+2}$ என்பது n நேர்முழு எண் எனின் கணிதத்தொகுத்தறி முறையினால் 24 இனால் வகுபடுமெனக் காட்டுக.

(b) $4x^2 - 20x - 5 > 0$ ஆகுமாறு x இன்பெறுமான வீச்சு யாது?
இதிலிருந்து

(i) $4y^2 + 20y - 5 > 0$ ஆகுமாறு y இன் பெறுமான வீச்சு யாது?

(ii) $4e^{2x} - 20e^x - 5 > 0$ ஆகுமாறு x இன் பெறுமான வீச்சு யாது

(c) $\frac{2n+3}{(2n-1)!} \equiv \frac{A}{(2n-2)!} + \frac{B}{(2n-1)!}$ எனின் A, B இனைக் காண்க.

இதிலிருந்து

$\frac{5}{1!} + \frac{7}{3!} + \frac{9}{5!} + \ldots\ldots\ldots\alpha = \frac{5e}{2} - \frac{3}{2e}$ எனக் காட்டுக.

இங்கு $e = 1 + \sum_{r=1}^{\alpha} \frac{1}{r!}$ ஆகும்.

04) (a) சிக்கலெண் Z ஆனது $Z = \frac{3+i}{2-i}$ எனக் குறிக்கப்படின்.

(i) $\arg(Z) = 45°$ எனக் காட்டுக

(i) $|Z|$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

சிக்கல் தளத்தில் புள்ளி P யினால் வகைக்குறிக்கும் சிக்கலெண் Z ஆகும். அதேவேளையில், புள்ளி Q இனால் வகைக்குறிக்கும் சிக்கலெண் $(-5 + k\,i)$ ஆகும். மேலும் கோணம் $P\hat{O}Q = 90°$ எனின்

(iii) K இன் பெறுமானம் காண்க.

(iv) PQ இன் நடுப்புள்ளி, M வகை குறிக்கும் சிக்கலெண் w ஐக் காண்க.

(v) $\arg(w)$ வைக் காண்க.

(b) $|Z + 3 + 4i| \leq 6$, $|Z - 3| \leq |i - Z|$, $|Z - 3 + 4i| \leq 5$ ஆகியவற்றை ஆகன் வரிப்படத்தில் வரைந்து, அம்மூன்றையும் திருத்தி செய்யும் பிரதேசத்தை நிறந்தீட்டிக் காட்டுக.

05) (a) $y^3 + 3ax^2 + x^3 = 0$ எனின்

$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2a^2x^2}{y^5} = 0$ எனக் காட்டுக

(b) $y = x.e^{\sqrt{\sin x}}$ எனின்

$\frac{dy}{dx} = e^{\sqrt{\sin x}} \left(1 + \frac{x\cos x}{2\sqrt{\sin x}}\right)$ எனக் காட்டுக

(c) $y = \frac{12x}{x^2 + x + 1}$ இன் வரைபை வரைக.

06) (a) $y = e^{-x}$ எனும் பிரதியீட்டைப்பயன்படுத்தி

$\int_{1}^{2} \frac{e^{-2x}}{1+e^{-x}} \, dx$ எனும் தொகையீட்டைக் காண்க.